MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
Inspectoratul Şcolar Judeţean Cluj
Colegiul Naţional „Andrei Mureşanu” Dej

romania2019.eu

Concursul Interjudeţean de Matematică
„Dumitru Ţiganetea”
Ediţia a **XIX**-a, 1 iunie 2019

Clasa a III – a - **BAREME**

1.

a. Calculaţi : $3\times 5-\left[39\times 5-\left(2\times 49+6\times 16\right):2\right]:7$.

1	**4** pct

b. Determinaţi numărul necunoscut a din $1\times 2-\left[10+7-\left(a:7:4\right)+5\times 2\right]:8=0$.

a = **308**	**3** pct

2. Suma a trei numere naturale este 225 . Jumătate din primul număr este cât o treime din al doilea număr, respectiv cât un sfert din al treilea număr.
Să se afle numerele.

Fie a,b,c cele trei numere	**1** pct
$a+b+c=225$	**1** pct
$a:2=b:3=c:4$	**2** pct
Obţinem $a=50, b=75, c=100$	**3** pct

3. Ana, Oana și Ioana au împreună 58 ani. Când Ana avea 18 ani, Ioana avea 15 ani, iar Oana avea 10 ani. Tatăl Anei va avea anul viitor de două ori vârsta pe care o va avea Ana. Câți ani va avea tatăl Anei peste 5 ani?

Ana:⟷ +18 ani Oana:⟷ +10 ani Ioana:⟷ +15 ani	**2** pct
58-(18+10+15)=58-43=15 ani	**2** pct
15:3=5 ani	**1** pct
Ana are 23 ani, Oana are 15 ani, Ioana are 20 ani	**1** pct
Tatăl Anei va avea anul viitor 48 ani, acum are 47 ani, iar peste 5 ani va avea 52 ani	**1** pct

4. Ce număr trebuie să adăugăm la suma numerelor naturale de cinci cifre, numere care nu își schimbă valoarea când schimbăm ordinea cifrelor, pentru a obţine 500000.

Numerele de 5 cifre care nu își schimbă valoarea când schimbăm ordinea cifrelor sunt: $11111, 22222, \ldots, 99999$	**3** pct
Suma lor este 499995	**3** pct
500000-499995=5	**1** pct

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
Inspectoratul Şcolar Judeţean Cluj
Colegiul Naţional „Andrei Mureşanu” Dej

Concursul Interjudeţean de Matematică
„Dumitru Ţiganetea”
Ediţia a **XIX**-a, 1 iunie 2019

Clasa a IV – a - **BAREME**

1.

a. Calculaţi: $3+5+7+9+...+2019-2-4-6-...-2018$.

$\underbrace{1+1+\ldots+1}_{1009 ori}=1009$	**3** pct

b. Fie numerele naturale nenule a,b,c și d. Determinaţi câtul împărţirii numărului la 11.

$\overline{abcd}+\overline{abc}-\overline{bcd}-\overline{bc}=1100\cdot a$	**2** pct
Câtul este $100a$	**2** pct

2. Dintr-un bidon de benzină tatăl lui Ionel a luat într-o zi $\frac{1}{4}$ din întreaga cantitate și încă 3litri, a doua zi $\frac{1}{3}$ din cantitatea rămasă și încă 2litri, iar a treia zi $\frac{1}{2}$ din cantitatea rămasă și încă 1 litru și a constatat că au mai rămas 13 litri.
Câţi litri au fost la început?

Se admite rezolvarea aritmetica și algebrică. Se obţin 64 litri	7 pct

3. Se consideră numărul $a=5+95+995+\ldots+\underbrace{999\ldots95}_{2019\ cifre}$.Să se calculeze suma cifrelor numărului a.

$a=(10-5)+(100-5)+\ldots\left(1\underbrace{00\ldots0}_{2019\ cifre}-5\right)$	**3** pct
$=\underset{2019}{11\ldots10}-5\cdot2019=\underbrace{11\ldots101015}_{2020\ cifre}$	**3** pct
Suma cifrelor este **2022**	**1** pct

romania2019.eu

4. Sandală, Pantof şi Adidas au fiecare o sumă de bani. Dacă Sandală îi dublează suma lui Adidas, Adidas îi dublează suma lui Pantof, iar Pantof îi dublează suma lui Sandală, fiecare rămâne cu 48 de lei. Din sumele inițiale, Sandală își cumpără un bilet la cinema cu 22 lei, Pantof alege să-și cumpere o înghețată cu 14 lei, iar Adidas își ia o prăjitură cu 8 lei. Cu câți bani rămâne fiecare dintre ei?

	Sandală	Pantof	Adidas	**4** pct
Etapa I	66	36	42	
Etapa II	24	36	84	
Etapa III	24	72	48	
Final	48	48	48	

Sandală avea 66 lei; acum are 66-22=44 lei	**1** pct
Pantof avea 36 lei: acum are 36-14=22 lei	**1** pct
Adidas avea 42 lei; acum are 42-8=34 lei	**1** pct

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
Inspectoratul Şcolar Judeţean Cluj
Colegiul Naţional „Andrei Mureşanu” Dej

romania2019.eu

Concursul Interjudeţean de Matematică
„Dumitru Ţiganetea”
Ediţia a **XIX**-a, 1 iunie 2019

Clasa a V – a - **BAREME**

1. Calculati $A = a^3 + 3ab + 3ac + d^2$ știind că:

$$a = \left\{\left[\left(2^{5^{1^0}} + 9^{0^{5^2}} + 7^{1^{6^5}}\right) : 5^{3^{0^4}}\right] : \left(2^{2019} : 2^{2016}\right)\right\}^{2019},\ b + c = 10 \text{ și}$$

$$d = \left[4^{49} \cdot \left(2^3 \cdot 5\right)^{102}\right] : \left(32 \cdot 125 \cdot 2^{197} \cdot 25^{24}\right)^2 + 3^2 + 11 \cdot \left(1^3 + 2^3 + \cdots + 2019^3\right)^0$$

a = **1**	**2** pct
d **= 21**	**2** pct
$A = a^3 + 3a(b+c) + d^2$	**1** pct
A=**472**	**2** pct

2. Să se arate că numărul $3^{2019} + 7$ se divide cu 11.

$3^{2019} + 7 = 3^4 \cdot 3^{2015} + 7$	**1** pct
$= 81 \cdot \left(3^5\right)^{403} + 7 = 81 \cdot 243^{403} + 7$	**2** pct
$= 81 \cdot \left(2 \cdot 11^2 + 1\right)^{403} + 7 = 81\left(M_{11} + 1\right)^{403} + 7$	**2** pct
$= 81\left(M_{11} + 1\right) + 7 = M_{11} + 88 = M_{11}$	**2** pct

3. Mihai scrie la calculator numerele 3,5,8,12,14,20,41,74,89. Din greșeala șterge 4 numere .Colega lui de banca, Ioana, șterge și ea 4 numere din cele rămase.Stiind că suma numerelor șterse de Mihai este de 6 ori mai mare decât suma numerelor șterse de Ioana, aflaţi :

a. Ce număr a rămas neșters ?
b. Ce numere a șters Ioana.?

Fie S suma numerelor şterse de Ioana, atunci suma numerelor şterse de Mihai este 6s	**1** pct
Dacă x este numărul neşters, avem $S+6S+x=3+5+8+12+14+20+41+74+89 \Leftrightarrow 7S+x=266$	**2** pct
Rezultă $x=7(38-S)$ rezultă x este divizibil cu 7 deci x=14	**1** pct
Din $x=7(38-S) \Rightarrow 14=7(38-S) \Rightarrow 2=38-S \Rightarrow S=36$	**2** pct
Numerele şterse de Ioana : 3, 5, 8, 20	**1** pct

4. Pe tablă sunt scrise numerele 2 ,3 ,4 ,5 și 6. O operație constă în ştergerea a două numere scrise pe tablă și înlocuirea lor cu suma și produsul lor (în locul lui a și b vom scrie a+b și a· b) .Este posibil ca,în urma mai multor operații ,pe tablă să avem numerele 2017,2018,2019,2020, 2021 ***?***

Cazul I $\begin{cases} nr.par + nr.par = nr.par \\ nr.par \cdot nr.par = nr.par \end{cases}$	**1** pct
Cazul II $\begin{cases} nr.impar + nr.impar = nr.par \\ nr.impar \cdot nr.impar = nr.impar \end{cases}$	**1** pct
Cazul III $\begin{cases} nr.par + nr.impar = nr.impar \\ nr.par \cdot nr.impar = nr.par \end{cases}$	**1** pct
Observăm că după fiecare „operație” numărul numerelor impare rămâne constant sau scade,dar niciodată nu crește	**1** pct
Observăm că pe tablă sunt scrise : 3 numere pare și 2 numere impare și se pune problema dacă e posibil să rămână 2 numere pare și 3 numere impare după mai multe „operații”	**1** pct
Dar la început pe tablă avem 2 numere impare,iar la final ar trebui să avem 3 impare,observăm că nu se poate deoarece niciodată numărul numerelor impare nu crește.	**1** pct
În concluzie, nu este posibil	**1** pct

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
Inspectoratul Şcolar Judeţean Cluj
Colegiul Naţional „Andrei Mureşanu" Dej

Concursul Interjudeţean de Matematică
„Dumitru Ţiganetea"
Ediţia a **XIX**-a, 1 iunie 2019

Clasa a VI – a - **BAREME**

1.

a. Comparaţi numerele $x = \left[2{,}1(6) + 1\frac{1}{2} : 0,(3)\right] \cdot \left(2 - \frac{4}{5}\right)^2 - 3^2 \cdot 2019^0$ și

$y = \frac{2 \cdot 3 + 4 \cdot 6 + \ldots + 4038 \cdot 6057}{3 \cdot 5 + 6 \cdot 10 + \ldots + 6057 \cdot 10095}$.

x = 3/5, **y** = 2/5, deci **x** > **y**	**2 pct**

b. Să se determine numărul natural A,știind că $27 \cdot A$ are cu 15 divizori mai mult decât A, iar $8 \cdot A^2$ are de 4 ori mai mulți divizori decât A.

A= $2^a \cdot 3^b \cdot \ldots \cdot p_1^{x1} \cdot p_2^{x2} \cdot \ldots \cdot p_n^{xn}$, $a,b,x_1,x_2,\ldots,x_n \in \mathbb{N}$ $2,3,p_1,p_2,\ldots,p_n$ – numere prime distincte	**1** pct
Numărul divizorilor lui A= $(a+1)(b+1)(x_1+1)(x_2+1)\ldots(x_n+1)$ Numărul $27 \cdot A = 2^a \cdot 3^{b+3} \cdot \ldots \cdot p_1^{x1} \cdot p_2^{x2} \cdot \ldots \cdot p_n^{xn}$	**1** pct
Numărul divizorilor lui $27 \cdot A = (a+1)(b+4)\ldots(x_n+1)$ $3(a+1)(x_1+1)(x_2+1)\ldots(x_n+1) = 15$ => numărul divizorilor lui A=5(b+1), adică are una din formele $A=2^4 \cdot 3^b$ sau $A= 3^b \cdot$	**1** pct
Dacă $A= 2^4 \cdot 3^b$ => b= 2 => $A=2^4 \cdot 3^2$	**1** pct
Dacă $A= 3^b \cdot x_1^4$ cu soluție imposibilă in N.	**1** pct

2. Să se determine numerele naturale diferite de zero a, b, c pentru care avem:

$$\frac{a^2 + b^2}{2} + \frac{a^4 + b^4}{2} = \frac{219 \cdot c}{c + 1}$$

$\frac{a^2 + b^2}{2} + \frac{a^4 + b^4}{2} = \frac{a^2(a^2+1) + b^2(b^2+1)}{2} \in \mathbb{N} \Rightarrow \frac{219 \cdot c}{c+1} \in \mathbb{N} \Rightarrow \frac{219c}{c+1} =$	**3** pct

$= 219 - \dfrac{219}{c+1} \Rightarrow c+1 \in \{1,3,73,219\}$	
Caz 1. $c+1=1 \Rightarrow c=0$ nu este soluţie	**1** pct
Caz 2. $c+1=3 \Rightarrow c=2 \Rightarrow a^2+b^2+a^4+b^4=292 \Rightarrow a,b \le 4$ **Obţinem soluţiile** $a=2, b=4$ **şi** $a=4, b=2$	**2** pct
Caz 3. $c+1=73 \Rightarrow c=72 \Rightarrow a^2+b^2+a^4+b^4=432 \Rightarrow a,b \le 4$ nu avem soluţii	**1** pct
Caz 4. $c+1=219 \Rightarrow c=218 \Rightarrow a^2+b^2+a^4+b^4=436 \Rightarrow a,b \le 4$ nu avem soluţie	**1** pct

3. Se consideră triunghiul echilateral ABC și D mijlocul laturii AB .Fie $DE \perp BC,\ EF \perp AC,\ FK \perp AB$ cu $E \in (BC),\ F \in (AC)$ și $K \in (AB)$.

- **a.** Arătaţi că CE este 75% din BC
- **b.** Arătaţi că lungimile segmentelor CF și AC sunt invers proporţionale cu 8 și 3.
- **c.** Arătaţi că punctul F nu este mijlocul segmentului AC
- **d.** Arătaţi că $DK < \dfrac{AB}{5}$.

Figura	**1** pct
a. In triunghiul BED, avem $BE = \dfrac{BD}{2} = \dfrac{AB}{4} = \dfrac{BC}{4}$	**1** pct
Atunci $CE = BC - BE = BC - \dfrac{BC}{4} = \dfrac{3BC}{4} = 75\%BC$	**1** pct
b. In triunghiul CEF, avem $CF = \dfrac{CE}{2} = \dfrac{\frac{3BC}{4}}{2} = \dfrac{3BC}{8} \Rightarrow 8CF = 3AC$	**1** pct
c. Arătăm că $CF \ne AF$. Intradevăr $AF = AC - CF = AC - \dfrac{3AC}{8} = \dfrac{5AC}{8}$ și $CF = \dfrac{3AC}{8}$, deci $CF \ne AF$	**1** pct
d. Avem $AK = \dfrac{5AC}{16}$ și $DK = AD - AK = \dfrac{3AB}{16} < \dfrac{3AB}{15}$	**2** pct

4. Se consideră triunghiul ABC cu $m(\sphericalangle A) = 120^\circ$ .Dacă M este un punct pe bisectoarea unghiului A astfel încât $AM = AB + AC$, atunci triunghiul BCM este echilateral

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
Inspectoratul Şcolar Judeţean Cluj
Colegiul Naţional „Andrei Mureşanu" Dej

Figura	**1** pct
Considerăm $P \in AM$ astfel încât $AP = AC$ .Obţinem triunghi APC echilateral și $m(\sphericalangle MPC) = 120^\circ$	**2** pct
$\triangle BAC \equiv \triangle MPC \ (LUL) \Rightarrow BC = MC$	**1** pct
Fie $T \in (AM)$ cu $AT = AB \Rightarrow \triangle ABT$ echilateral $\Rightarrow m(\sphericalangle BTM) = 120^\circ$	**1** pct
$\triangle BAC \equiv \triangle BTM \ \ (LUL) \Rightarrow BC = BM$	**1** pct
Din $BC = BM$ și $BC = MC$, rezultă triunghiul BMC echilateral.	**1** pct