MINISTERUL EDUCAŢIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI SI SPORTULUI
Inspectoratul Şcolar Judeţean Cluj
Colegiul Naţional „Andrei Mureşanu" Dej

Concursul Interjudeţean de Matematică
„Dumitru Ţiganetea"
Dej, ediţia a XII-a, 28 aprilie 2012

Clasa a IV-a ***Barem de corectare şi notare***

1. a) Se dau numerele

$$a = 75 : 5 \times 100 + 200 + 200 \times 5 - 900$$
$$b = 1800 - 600 \times 2 + 246 + 144 : 6 \times 10 .$$

Calculaţi diferenţa dintre numerele *a* şi *b*.

b) Aflaţi valoarea numărului x din egalitatea:

$$[(2012 + 88) : 10 + (212 + 8) : 2] \times x = 320 .$$

Alina Găldean, Corina Dragoş

Barem de corectare şi notare

a) Se obţine a =1800..2p

b = 1086..2p

a - b = 724..1p

b) $(210 + 110) \times x = 320$ 1p

x =1.. 1p

2. La afişarea rezultatelor la Concursul Interjudeţean de matematică "Dumitru Ţiganetea", Mihai observă că are în faţă 13 colegi iar după el 7 băieţi şi 8 fete. Ştiind că numărul băieţilor este cu 3 mai mic decât cel al fetelor, aflaţi:

a) Câţi elevi au participat la concurs?

b) Câte fete şi câţi băieţi are în faţă Mihai ?

Vasile Şerdean, Camelia Magdaş

Barem de corectare şi notare

a) Nr.din clasă elevilor   13+1+7+8=29.. .2p

b) Nr.fete+nr.băieţi =29...1p

Nr.fete-nr.băieţi =3..1p

Nr.fete=16, Nr.băieţi =13..1p

In faţa lui Mihai sunt 8 fete şi 5 băieţi..2p

3. **Mai multe numere naturale consecutive sunt scrise în ordine crescătoare. Diferenţa dintre cel mai mare şi cel mai mic dintre numere este 2011. Suma primelor patru numere este 8034. Aflaţi numerele.**

viitoriolimpici.ro

Barem de corectare şi notare

Fie a cel mai mic număr

$a+(a+1)+(a+2)+(a+3)=8034$ 2p

$a=2007$ 1p

Dacă b este cel mai mare număr atunci b-2007=2011....................................2p

Deci b=4018...1p

Numerele sunt 2007,2008,...,4018...1p

4. **Dintr-o podgorie s-au cules 924 kg de struguri care s-au ambalat în 156 lădiţe. Strugurii albi s-au ambalat în lădiţe de câte 5 kg fiecare, iar strugurii negri în lădiţe de câte 7 kg. Strugurii albi s-au vândut cu 3 lei kg, iar strugurii negri cu 4 lei kg.**
Ce sumă s-a încasat pe toată cantitatea de struguri?

viitoriolimpici.ro

Barem de corectare şi notare

Presupunem că s-au cules numai struguri albi în cele 156 lădiţe.atunci am fi avut

$156\times 5=780$ kg struguri……………………………………………….....1p

Diferenţa 924-780=144………………………………………………......1p

7-5=2

144:2=72 lădiţe struguri negri..1p

Nr. lădiţe cu struguri albi 156-72=84 lădiţe struguri albi..................................1p

Struguri albi $84 \times 5 = 420kg$ şi s-a încasat $420 \times 3 = 1260 lei$ 1p

Stuguri negri $72 \times 7 = 504kg$ şi s-a încasat $504 \times 4 = 2016 lei$ 1p

Suma totală încasată este 3276 lei..1 p

MINISTERUL EDUCAŢIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI SI SPORTULUI
Inspectoratul Şcolar Judeţean Cluj
Colegiul Naţional „Andrei Mureşanu” Dej

Concursul Interjudeţean de Matematică
„Dumitru Ţiganetea”
Dej, ediţia a XII-a, 28 aprilie 2012

Clasa a V-a *Barem de corectare şi notare*

1. Aflaţi ultimele patru cifre ale numărului $n = 2 \cdot 8^{672} - 2 \cdot 4^{1005} - 2^{2010}$**.**

Gazeta Matematică

Barem de corectare şi notare

Avem $n = 2 \cdot \left(2^3\right)^{672} - 2 \cdot \left(2^2\right)^{1005} - 2^{2010}$ ……………………………….…..…2p
$n = 2 \cdot 2^{2016} - 2 \cdot 2^{2010} - 2^{2010}$ …………………...…………………..1p
$n = 2^{2010} \cdot \left(2^7 - 2 - 1\right)$…………………………….……………...1p
$n = 2^{2010} \cdot 125$ …………………………………...………………1p
$n = 2^{2007} \cdot 1000$ ……………………………………………………1p
Ultimele patru cifre sunt 8000………………………….……………….1p

2. Să se arate că fracţia $\dfrac{5^{3n+2} \cdot 8^n - 1}{125^n \cdot 2^{3n+6} - 1}$ **este reductibilă.**

Eugen Jecan, Cristian Pop

Barem de corectare şi notare

$\dfrac{5^2 \cdot 125^n \cdot 8^n - 1}{64 \cdot 125^n \cdot 8^n - 1}$……………………………………………………………..1p

$\dfrac{25 \cdot 1000^n - 1}{64 \cdot 1000^n - 1}$ ……………………………………………………………1p

$\dfrac{25\underbrace{00\ldots0}_{3n} - 1}{64\underbrace{00\ldots0}_{3n} - 1}$ ……………………………………………………...1p ……………….……………………………………..…1p

$\dfrac{24\overbrace{99\ldots9}^{3n cifre}}{63\overbrace{99\ldots9}}$ …………………………………………………………………...1p

Număraătorul şi numitorul se divid cu 3……………………..……………1p

Finalizare ………………………………………………………….…1p

3. **Fie A o mulţime de numere naturale cu proprietăţile:**
   1) **$80 \in$ A,**
   2) **Dacă $7x+3 \in A$, atunci $x \in A$.**
   3) **Dacă $x \in A$, atunci $\{7x+4, 7x+5\} \subset A$.**

Arătaţi că 4001 şi 4002 sunt elemente ale mulţimii *A*.

Vasile Şerdean, Camelia Magdaş

Barem de corectare şi notare

Din $80 = 7 \cdot 11 + 3 \in A \Rightarrow 11 \in A$ …………………………………………..3p
Folosind 3) avem
$7 \cdot 11 + 4 = 81 \in A$
$7 \cdot 81 + 4 = 571 \in A$
$571 \cdot 7 + 4 = 4001 \in A$ ……………………………………………………..4p
$571 \cdot 7 + 5 = 4002 \in A$

4. **Determinaţi numerele $\overline{abc}$ ştiind că $\overline{ab} = c + 61$ şi *a, b, c* sunt cifre consecutive, în această ordine.**

viitoriolimpici.ro

Barem de corectare şi notare

$10 \cdot a + b = c + 61$ ……………………………..………………………2p

Daca *a, b, c* sunt consecutive în această ordine avem situaţiile …………..2p

$i) a = x, b = x+1, c = x+2$

$ii) c = x, b = x+1, a = x+2$

In cazul i) avem $10 \cdot x = 62$, imposibil...1p

In cazul ii) avem $10 \cdot x = 40$, adică $x = 4$...1p

Numărul căutat este 654..1p

MINISTERUL EDUCAŢIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI SI SPORTULUI
Inspectoratul Şcolar Judeţean Cluj
Colegiul Naţional „Andrei Mureşanu” Dej

Concursul Interjudeţean de Matematică „Dumitru Ţiganetea”
Dej, ediţia a XII-a, 28 aprilie 2012

Clasa a VI-a *Barem de corectare şi notare*

1. Determinaţi numerele naturale a,b,c, ştiind că media lor aritmetică este 6033, iar numerele $a+2010$, $b+2011$, $c+2012$, sunt direct proporţionale cu 2010, 2011, 2012.

Corina Dragoş, Alina Găldean

Barem de corectare şi notare

$\dfrac{a+b+c}{3}=6033 \Rightarrow a+b+c=18099$ ………... …………………………………..1p

$\dfrac{a+2010}{2010}=\dfrac{b+2011}{2011}=\dfrac{c+2012}{2012}$ ……………………………………………………..1p

$\dfrac{a}{2010}+1=\dfrac{b}{2011}+1=\dfrac{c}{2012}+1$ ……………………………………………………1p

$\dfrac{a}{2010}=\dfrac{b}{2011}=\dfrac{c}{2012}=k$ ………………………………………………………….1p

$a=2010k, b=2011k, c=2012k$ ……………………………………………….1p

Înlocuire $6033k=18099 \Rightarrow k=3$ ……………………………………………...1p

Determinarea numerelor a = 6030, b = 6033, c = 6036 …………………………1p

2. Aflaţi numerele prime *a* şi *b* pentru care $a^2+b^2+2a+2b=43$.

viitoriolimpici.ro

Barem de corectare şi notare

Dacă *a* şi *b* sunt ambele numere impare, atunci membrul stâng este un număr par, iar membrul drept este număr impar. 1p

Rezultă că cel puţin unul dintre numere este par. 1p

Fără a restrânge generalitatea, putem presupune $a \le b$ şi atunci a = 2. ....1p

Prin înlocuire avem: $b^2+2b=35$. Cum fiecare termen al sumei este mai mic sau egal cu suma, avem: $b^2 \le 35 \Rightarrow b \le 5$ 1p

Cum *b* este prim $\Rightarrow b \in \{2,3,5\}$. 1p

Verificând toate cazurile, obţinem *a* = 2, *b* = 5. ....1p

Deoarece relaţia este simetrică, avem şi $a = 5$, $b = 2$..1p

3. Perimetrul unui triunghi oarecare ABC este de 24 cm. Bisectoarea unghiurilor B şi C se intersectează în punctul I. Prin vârful A al triunghiului se duc dreptele $AP \parallel BI$ şi $AQ \parallel CI$, unde $P, Q \in BC$. Să se afle lungimea segmentului $[PQ]$.

Camelia Magdaş, Cristian Pop

Barem de corectare şi notare

Din $BI \parallel AP$ rezultă $\angle IBA \equiv \angle BAP$ (alterne interne). ……………………………1p

Dar $\angle IBA \equiv \angle IBC$ (BI – bisectoare), iar $\angle IBC \equiv \angle APB$ (corespondente) , atunci $\angle BAP \equiv \angle APB$, ………………………………………………………………..2p

adică ΔABP este isoscel cu $(AB) \equiv (BP)$. ………………………………………2p

Analog se arată că $(CA) \equiv (CQ)$. …………………………………………………1p

Astfel, avem: $PQ = PB + BC + CQ = 24$ cm……………………………………1p

4. Se consideră triunghiul isoscel ABC cu $(AB) = (AC)$ şi $m(\angle A) = 100^\circ$. Bisectoarea unghiului C întâlneşte pe (AB) în M. Dacă $CM = 10$ cm şi $MA = 4$ cm, calculaţi lungimea laturii (BC).

Vasile Şerdean, Eugen Jecan

Barem de corectare şi notare

Figura ……………………………………………………………………1p

Avem $m(\angle B) = m(\angle C) = 40^\circ$. Ducem $ME \perp CA$ şi $MF \perp BC$. Punctul M fiind pe bisectoarea unghiului C, rezultă $(ME) = (MF)$……………………………1p

Din triunghiul AME, obţinem $m(\angle AME) = 10^\circ$ ……………………………1p

Considerăm punctul P pe segmentul (BC) astfel încât: $(CP) = (CM)$

Atunci triunghiul CMP este isoscel cu $m(\angle CMP) = m(\angle CPM) = 80^\circ$ …….1p

Din triunghiul MPF obţinem $m(\angle PMF) = 10^\circ$. Din congruenţa triunghiurilor dreptunghice AME şi PMF (CU), rezultă $(MA) \equiv (MP)$………………….1p

Triunghiul MPB este isoscel, deoarece $m(\angle PBM) = m(\angle PMB) = 40^\circ$…….1p

De unde obţinem $(MP) \equiv (BP)$. Deci $BC = CP + PB = CM + MP = CM + MA =$
$10 + 4 = 14$cm ……………………………………………………….……1p

MINISTERUL EDUCAŢIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI SI SPORTULUI
Inspectoratul Şcolar Judeţean Cluj
Colegiul Naţional „Andrei Mureşanu” Dej